ÖSTERREICHISCHE MATHEMATISCHE GESELLSCHAFT

4. ÖSTERREICHISCHES MATHEMATIKERTREFFEN

20. - 25. SEPTEMBER 1987

BRIXEN, SÜDTIROL

EHRENSCHUTZ

Dr.Fritz PRIOR, Landeshauptmann-Stellvertreter, Innsbruck

Dr.Anton ZELGER, Landesrat, Bozen

73 Teilnehmer

50 Vorträge

MONTAG, 21.September 1987

9.30 - 10.00 Eröffnung (AULA)

10.00 - 11.00 E.HLAWKA, Wien: Eröffnungsvortrag (AULA)

„Die Mathematik auf dem Weg durch die Zeit."

11.15 - 11.45 Filmvorführung (SAAL 1)

14.15 - 16.00 wissenschaftliche Vorträge

SAAL 1 SEKTION 1

14.15 Drmota M.
Metrische Vererbungssätze in der Theorie der Gleichverteilung.

14.40 Eigenthaler G.
Halbgruppen vertauschbarer Polynome.

15.05 Mayer K.
Über d.Differenten-Hauptfaktoren u.d.Minima d.Minkowski-Bildes v.Ordnungen in einf.reellen kubischen Zahlkörpern.

15.30 Nowak W.
Fordkreise, Fordkugeln, Farey-Ford-Dreiecke.

SAAL 2 SEKTION 9

~~14.15~~ Dorninger D.
Über Permutationen von Chromosomen.

14.40 Karigl G.
Phänotypsysteme mit Faktorendarstellung.

15.05 Kirschenhofer P.
Über einige Anwendungen Ramanujanscher Summen in der Analyse von Algorithmen.

15.30 Länger H.
Einfache Stabilitätskriterien für Polynome niedrigen Grades.

SAAL 3 SEKTION 7

14.15 Grill K.
Starke Grenzwertsätze für die Zuwächse des Wiener Prozesses.

14.40 Schmetterer L.
Über einen von Schrödinger entwickelten Wahrscheinlichkeitsbegriff.

15.05 Eberl W.
Über (Maximal-)Invarianz, Äquivarianz und partielle Suffizienz.

15.30 Stadlober E.
Die Quotientenmethode zur Erzeugung von Zufallszahlen aus diskreten Verteilungen.

NAME: MAYER Vorname: Konstantin Daniel

Anschrift: A-8010 Graz, Elisabethstraße 16 / I

Thema des Vortrages: Über die Differenten-Hauptfaktoren unter den Minima des Minkowski-Bildes von Ordnungen in einfach reellen kubischen Zahlkörpern

Klassifikation nach AMS-Schema (1980): 12A45, 12A35, 12A30, 12A25; sec. 12-04, 10F20, 10B10

Schlagworte (max. sechs): lattice-minima, units, principal factors, Voronoi´s algorithm, diophantine norm-equations

Gewünschte Sektion: I (Zahlentheorie)

Vortragsauszug:

Es gibt zwei rasche Methoden, eine Grundeinheit in Zahlkörpern vom Einheitenrang 1 zu bestimmen, ohne die volle primitive Periode der Minima des Hauptgitters (also des Minkowski-Bildes der Hauptordnung) zu durchlaufen:

1. Durch die Ermittlung eines Vielfachen der Grundeinheit unter den Minima eines Teilgitters (also des Minkowski-Bildes einer Nebenordnung).

Dieser Methode bedient man sich schon seit langem in reell quadratischen Körpern $K = \mathbb{Q}(\sqrt{D})$ vom Typ II, also mit Radikanden $D \equiv 1(4)$ und Hauptordnung $\mathcal{O}_K = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}\frac{1}{2}(1+\sqrt{D})$. Die Nebenordnung mit Führer 2 ist $\mathcal{O} = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}\sqrt{D}$ und für die Einheitengruppen gelten folgende Sätze:

(a) $U(\mathcal{O}_K) \ne U(\mathcal{O}) \iff \underset{\alpha\in\mathcal{O}}{\exists}\ N_{K|\mathbb{Q}}(\alpha) = 4$ und α ist primitiv in $\mathcal{O}$

$\iff \underset{x,y\in\mathbb{Z}}{\exists}\ x^2-Dy^2 = 4$ und $(x,y)=1$.

(b) $U(\mathcal{O}_K) \ne U(\mathcal{O}) \implies D\equiv 5(8)$ und $(\ U(\mathcal{O}_K) : U(\mathcal{O})\ ) = 3$.

Nun ist für ein $\alpha\in\mathcal{O}$ mit $N_{K|\mathbb{Q}}(\alpha) = 4$ die Zahl $\frac{1}{2}\alpha \in U(\mathcal{O}_K)$ und sie liegt sogar in $U(\mathcal{O}_K)-U(\mathcal{O})$, wenn α primitiv in $\mathcal{O}$ ist. Den Zusammenhang mit den Minima liefert der Satz:

(c) $D\geq 13 \implies \underset{\alpha\in\mathcal{O}}{\forall}\ [\ N_{K|\mathbb{Q}}(\alpha)=4$ und α primitiv in $\mathcal{O} \implies \alpha\in Min(\mathcal{O})\ ]$.

Ist $\varepsilon_0\in U(\mathcal{O}_K)$, $\varepsilon_0>1$ die Grundeinheit von K, $U(\mathcal{O}_K) \ne U(\mathcal{O})$, $D\geq 13$ und $\vartheta_0 = \min\{\vartheta\in Min(\mathcal{O}) \mid \vartheta>1, N_{K|\mathbb{Q}}(\vartheta)=4\}$, dann gilt $\varepsilon_0 = \frac{1}{2}\vartheta_0$.

Ganz analoge Aussagen gelten für reine kubische Körper vom Dedekind-Typ II, also mit Radikanden $D = ab^2 \equiv 1,8(9)$, $K = \mathbb{Q}(\sqrt[3]{D})$ und Hauptordnung $\mathcal{O}_K = \mathbb{Z}\sqrt[3]{ab^2}\oplus\mathbb{Z}\sqrt[3]{a^2b}\oplus\mathbb{Z}\frac{1}{3}(1+a\sqrt[3]{ab^2}+b\sqrt[3]{a^2b})$.

2. Durch das Aufsuchen einer Wurzel eines Vielfachen der Grundeinheit (also eines Erzeugenden eines ambigen Hauptideals oder Differenten-Hauptfaktors) unter den Minima des Hauptgitters.

Auch diese Methode ist für reell quadratische Körper $K = \mathbb{Q}(\sqrt{D})$ vom PF(principal factor)-Typ I, also mit normpositiver Grundeinheit, wohlbekannt und erlaubt es, bei der Bestimmung einer Grundeinheit den gewöhnlichen Kettenbruchalgorithmus nach der größten Ganzen (IPCFA, integer part continued fraction algorithm) für die Hauptordnung $\mathcal{O}_K$ bereits in der Mitte der primitiven Periode abzubrechen. Ist $R_{K|\mathbb{Q}}$ das Produkt sämtlicher in K (rein) verzweigten (rationalen) Primzahlen, so gilt:

$\underset{\alpha\in\mathcal{O}_K}{\forall}\ [\ N_{K|\mathbb{Q}}(\alpha) \mid R_{K|\mathbb{Q}} \iff \alpha^2/N_{K|\mathbb{Q}}(\alpha) \in U(\mathcal{O}_K)$ und α ist primitiv in $\mathcal{O}_K \iff$ $\alpha\mathcal{O}_K$ ist ein (primitives) ambiges Hauptideal (ein Differenten-Hauptfaktor) von $K\ ]$.

Ist $\varepsilon_0>1$, $\varepsilon_0\in U(\mathcal{O}_K)$ die Grundeinheit von K und gilt $N_{K|\mathbb{Q}}(\varepsilon_0) = +1$, so läßt sich ε_0 darstellen in der Form $\varepsilon_0 = \vartheta_0^2/|N_{K|\mathbb{Q}}|$, wobei $\vartheta_0 = \min\{\vartheta\in Min(\mathcal{O}_K) \mid \vartheta>1, N_{K|\mathbb{Q}}(\vartheta) \mid R_{K|\mathbb{Q}}\}$.

Sehr ähnliche Resultate gelten für einfach reelle kubische Körper vom PF-Typ I, also für solche K mit der Eigenschaft $\underset{H\in U(\mathcal{O}_L)}{\exists}\ \varepsilon_0 = H/\sigma(H)$ und $N_{L|k}(H) = 1$, wobei L der total komplexe sextische Normalkörper von K, k der imaginär quadratische Teilkörper von L und $Gal(L|k)=\langle\sigma\rangle$ ist. In vielen Fällen wird dadurch bei der Bestimmung der Grundeinheit $\varepsilon_0>1$ von K ein Abbruch des Voronoi-Algorithmus (VCFA, Voronoi´s continued fraction algorithm) für die Hauptordnung $\mathcal{O}_K$ bei etwa dem ersten Drittel der primitiven Periode ermöglicht.